



Penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis

Nurhaswinda¹, Nisa Ul Fitriah², Al Fatihatul Aini³, Zhaqilla Natasya⁴

^{1,2,3,4}Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai, Indonesia

Penulis Korespondensi: Nurhaswinda, **E-mail:** nurhaswinda01@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis, dengan menekankan penggunaan teknik-teknik aljabar untuk memahami dan menyelesaikan masalah dalam sistem yang kompleks. Penelitian dilakukan dengan pendekatan kajian literatur, yang mengumpulkan dan menganalisis sumber-sumber literatur relevan dalam 10 tahun terakhir. Fokus utama dari penelitian ini adalah identifikasi dan penerapan konsep-konsep penting dalam aljabar linear, seperti matriks, vektor, eigenvalue, dan eigenvektor dalam analisis sistem dinamis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa aljabar linear memiliki peran yang sangat signifikan dalam berbagai bidang pemodelan sistem dinamis, termasuk teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Salah satu penerapannya adalah dalam analisis kestabilan sistem dinamis, di mana penggunaan eigenvalue dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam tentang perilaku sistem seiring waktu. Selain itu, aljabar linear juga digunakan untuk mereduksi dimensi sistem dinamis yang sangat besar, dengan teknik seperti dekomposisi nilai singular (SVD) dan analisis komponen utama (PCA), yang membantu menyederhanakan perhitungan dan memfokuskan perhatian pada dinamika utama. Penerapan aljabar linear juga penting dalam pemodelan sistem multivariat, di mana interaksi antar variabel dapat digambarkan dengan persamaan linier, serta dalam pemecahan sistem persamaan diferensial linier yang menggambarkan evolusi sistem. Meskipun aljabar linear sangat berguna, penelitian ini mencatat bahwa tidak semua sistem dinamis dapat dimodelkan secara linier. Sistem non-linier memerlukan teknik alternatif, seperti metode numerik atau simulasi Monte Carlo, untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk mengeksplorasi penggunaan aljabar linear dalam sistem non-linier serta mengintegrasikannya dengan metode pembelajaran mesin untuk meningkatkan akurasi dan efisiensi dalam pemodelan sistem dinamis yang lebih kompleks.

Kata Kunci

Aljabar Linear, Sistem, Dinamis

Naskah diterima : Januari 2025

Naskah disetujui : Januari 2025

Terbit : Januari 2025

1. PENDAHULUAN

Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur, hubungan, dan operasi pada bilangan, variabel, dan ekspresi matematika. Istilah "aljabar" berasal dari bahasa Arab al-jabr, yang berarti "penyusunan kembali" atau "penyempurnaan," yang pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Persia, Al-Khwarizmi, dalam karya monumentalnya Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala pada abad ke-9. Karya tersebut menjadi dasar penting dalam perkembangan aljabar modern, di mana Al-Khwarizmi mengembangkan metode untuk menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan bilangan tak terhingga atau tidak diketahui. Sejak saat itu, aljabar telah berkembang pesat, melahirkan berbagai cabang baru seperti aljabar linier, aljabar abstrak, dan aljabar komutatif, yang memiliki aplikasi luas dalam banyak disiplin ilmu (Maimuna, 2020).

Pada dasarnya, aljabar berfokus pada manipulasi simbol dan variabel untuk menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan bilangan atau objek yang tidak diketahui. Dalam aljabar, angka digantikan dengan simbol atau huruf, yang disebut variabel, untuk mewakili nilai yang



belum diketahui atau yang bisa berubah (Kismanti & Indriyani, 2021). Ini memungkinkan matematikawan untuk bekerja dengan konsep-konsep umum yang dapat diterapkan pada berbagai masalah matematika. Di dalam aljabar, berbagai konsep utama seperti persamaan, faktorisasi, sistem persamaan, dan identitas digunakan untuk menyelesaikan masalah yang lebih kompleks.

Aljabar sering kali dianggap sebagai jembatan yang menghubungkan matematika dasar dengan bidang-bidang matematika yang lebih lanjut. Konsep-konsep dasar dalam aljabar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, diterapkan pada variabel dan ekspresi aljabar untuk memecahkan berbagai masalah, baik dalam bentuk aljabar linear maupun aljabar polinomial. Lebih lanjut, konsep aljabar juga menjadi dasar penting dalam memahami topik-topik lebih lanjut seperti kalkulus, teori bilangan, dan geometri analitik (Zulaikha & Warsono, 2021).

Namun, penting untuk dicatat bahwa aljabar bukan hanya relevan dalam dunia akademik, tetapi juga memiliki aplikasi yang sangat luas dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai bidang ilmu. Dalam bidang ekonomi, aljabar digunakan untuk memodelkan dan memecahkan masalah terkait anggaran, investasi, dan biaya. Di bidang ilmu komputer, aljabar merupakan dasar dari algoritma, yang digunakan dalam pengolahan data dan pengembangan perangkat lunak. Begitu pula dalam fisika, di mana aljabar digunakan untuk merumuskan dan menyelesaikan persamaan yang menggambarkan fenomena fisik, seperti gerak benda, gelombang, dan medan elektromagnetik. Aljabar juga menjadi alat yang penting dalam analisis statistik, di mana sistem persamaan digunakan untuk membuat model prediktif berdasarkan data yang tersedia. Oleh karena itu, pemahaman aljabar yang kuat sangat penting bagi setiap individu yang ingin mengeksplorasi matematika lebih dalam, maupun mereka yang tertarik pada aplikasi praktis matematika dalam berbagai profesi.

Artikel ini bertujuan untuk memberikan pengantar mengenai aljabar, menjelaskan konsep-konsep dasar yang menjadi landasan dalam mempelajari aljabar, serta menggali beberapa aplikasi aljabar dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai bidang ilmu. Dengan pemahaman yang baik mengenai aljabar, pembaca dapat lebih siap untuk memahami matematika lebih lanjut, serta mengaplikasikannya dalam kehidupan profesional atau akademik mereka.

2. METODE

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan kajian literatur untuk menganalisis penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. Langkah-langkah yang diambil dalam penelitian ini meliputi:

- a. Pemilihan Sumber Literatur: Sumber-sumber literatur yang relevan dikumpulkan dari jurnal dan artikel yang diterbitkan dalam 10 tahun terakhir, dengan fokus pada penggunaan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. Referensi utama yang digunakan mencakup artikel-artikel yang membahas penerapan matriks, vektor, eigenvalue, dan eigenvektor dalam konteks sistem dinamis. Sejumlah artikel yang relevan antara lain penelitian oleh (Rosmely et al., 2016), yang membahas penerapan aljabar linear dalam analisis kestabilan sistem dinamis di bidang teknik.
- b. Identifikasi Konsep Utama: Dari literatur yang tersedia, dilakukan identifikasi konsep-konsep utama dalam penerapan aljabar linear pada sistem dinamis, termasuk penggunaan matriks, vektor, eigenvalue, dan eigenvektor dalam analisis sistem linier. Hal ini sejalan dengan temuan dalam penelitian oleh (Dewi & Rainarli, 2014) yang menunjukkan pentingnya eigenvalue dalam menentukan kestabilan sistem ekosistem predator-mangsa.
- c. Analisis dan Sintesis: Literatur yang dipilih dianalisis dan disintesis untuk menilai bagaimana aljabar linear diterapkan dalam berbagai model sistem dinamis, termasuk dalam bidang teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Beberapa referensi yang digunakan untuk analisis ini antara lain artikel oleh (Wibowo et al., 2013), yang membahas aplikasi analisis matriks dalam sistem kendali otomatis.
- d. Penyusunan Kesimpulan: Berdasarkan hasil analisis, disusun kesimpulan tentang peran dan kontribusi aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Penelitian Penelitian berdasarkan kajian literatur, ditemukan bahwa aljabar linear memainkan peran yang sangat penting dalam pemodelan sistem dinamis, terutama dalam:

- a. Stabilitas Sistem Dinamis: Penggunaan konsep eigenvalue dalam analisis kestabilan sistem dinamis memungkinkan pemahaman yang lebih mendalam tentang bagaimana suatu sistem berperilaku seiring waktu. Matriks transisi dan vektor eigen digunakan untuk menggambarkan perubahan keadaan sistem, sesuai dengan temuan dalam penelitian oleh (Abrar et al., 2022) yang menyatakan bahwa penggunaan eigenvalue sangat penting dalam menganalisis kestabilan dalam sistem ekosistem.
- b. Reduksi Dimensi Sistem: Aljabar linear digunakan untuk mereduksi dimensi sistem dinamis yang sangat besar melalui teknik seperti dekomposisi nilai singular (SVD) dan analisis komponen utama (PCA). Hal ini berguna untuk menyederhanakan perhitungan dan memfokuskan perhatian pada dinamika utama dari sistem, seperti yang dibahas oleh (Kismanti & Indriyani, 2021) yang mengaplikasikan teknik PCA untuk mengurangi dimensi dalam analisis sistem ekonomi.
- c. Modeling Sistem Multivariat: Dalam banyak kasus, sistem dinamis yang kompleks melibatkan banyak variabel. Aljabar linear digunakan untuk menyusun persamaan linier yang menggambarkan interaksi antara berbagai variabel dan untuk memecahkan sistem persamaan yang menggambarkan evolusi sistem tersebut, sesuai dengan kajian oleh (Aminuddin et al., 2013) yang membahas penerapan aljabar linear dalam pemodelan multivariat dalam ilmu sosial.
- d. Pemecahan Sistem Persamaan Diferensial Linier: Teknik-teknik aljabar linear diterapkan untuk memecahkan sistem persamaan diferensial linier yang menggambarkan sistem dinamis. Salah satu pendekatannya adalah dengan menggunakan matriks eksponensial untuk menyelesaikan sistem ini secara efisien, seperti yang dibahas oleh (Ratna & Widyawati, n.d.) dalam konteks penyelesaian sistem fisika.

Pembahasan

Pemodelan sistem dinamis menggunakan aljabar linear menunjukkan potensi yang sangat besar dalam berbagai bidang aplikasi. Salah satu keunggulannya adalah kemampuannya dalam menganalisis sistem yang dapat dimodelkan dalam bentuk linier, yang banyak ditemui dalam ilmu teknik, fisika, dan ekonomi. Pemahaman yang lebih baik tentang sifat-sifat matriks, seperti eigenvalue dan eigenvektor, memberikan cara yang sangat efektif untuk mengevaluasi stabilitas dan perilaku jangka panjang suatu sistem dinamis. Misalnya, pada sistem kendali, analisis eigenvalue dari matriks sistem dapat memberikan gambaran tentang kestabilan sistem terhadap gangguan eksternal (Wibowo et al., 2013). Selain itu, aljabar linear juga sangat berguna dalam menangani sistem dinamis yang memiliki banyak variabel dan parameter, dengan memungkinkan pemecahan persamaan linier yang kompleks secara efisien. Proses dekomposisi matriks dan reduksi dimensi sistem dinamis sering digunakan untuk menyederhanakan perhitungan dan meningkatkan efisiensi komputasi dalam simulasi (Akbar & Mar'aini, 2022). Namun, meskipun aljabar linear memberikan banyak manfaat dalam pemodelan sistem dinamis, penting untuk dicatat bahwa tidak semua sistem dinamis dapat sepenuhnya dipahami atau dimodelkan dengan metode linier. Sistem non-linier mungkin memerlukan teknik lain, seperti metode numerik atau simulasi Monte Carlo, untuk memperoleh hasil yang akurat.

4. SIMPULAN

Berdasarkan kajian literatur dan hasil analisis, aljabar linear memiliki peran yang sangat penting dalam pemodelan sistem dinamis, baik dalam bidang teknik, ekonomi, maupun ilmu komputer. Penggunaan konsep-konsep aljabar linear, seperti eigenvalue, eigenvektor, matriks, dan vektor, terbukti efektif dalam menganalisis kestabilan sistem dinamis, mereduksi dimensi sistem yang kompleks, serta memecahkan sistem persamaan linier dan diferensial. Selain itu, aljabar linear juga memungkinkan pemodelan sistem multivariat yang melibatkan banyak variabel dan parameter.

Meskipun aljabar linear menawarkan berbagai manfaat, penting untuk dicatat bahwa sistem dinamis yang tidak bersifat linier mungkin memerlukan pendekatan lain, seperti metode numerik atau simulasi Monte Carlo, untuk mendapatkan solusi yang lebih akurat. Oleh karena itu, pemahaman yang baik mengenai aljabar linear sangat penting untuk menganalisis dan memecahkan masalah matematika, serta untuk aplikasi praktis di berbagai bidang, dari ekonomi hingga fisika. Ke depannya, pengembangan metode dan teknik berbasis aljabar linear akan terus membuka peluang dalam meningkatkan efisiensi analisis sistem dinamis yang lebih kompleks.

Berdasarkan simpulan penelitian ini, beberapa rekomendasi untuk penelitian selanjutnya meliputi pengembangan metode aljabar linear yang dapat diterapkan pada sistem non-linier, karena banyak sistem dunia nyata yang bersifat non-linier dan membutuhkan pendekatan tambahan seperti metode numerik atau simulasi Monte Carlo. Selain itu, penelitian dapat fokus pada penyempurnaan teknik reduksi dimensi, seperti PCA dan SVD, untuk menangani data besar dalam sistem dinamis yang kompleks. Aplikasi aljabar linear dalam sistem dinamis multivariat juga masih menawarkan banyak potensi, terutama di bidang ekonomi, ilmu sosial, dan biologi, yang dapat lebih dieksplorasi. Selanjutnya, mengintegrasikan aljabar linear dengan teknik pembelajaran mesin dapat membuka peluang untuk memodelkan dan memprediksi perilaku sistem dinamis dengan lebih akurat. Terakhir, penelitian empiris yang menguji efisiensi komputasi aljabar linear dalam aplikasi dunia nyata, seperti kendali otomatis dan model fisika, sangat penting untuk meningkatkan efektivitas dan mengurangi biaya komputasi dalam pemodelan sistem dinamis yang lebih besar.

PUSTAKA ACUAN

- Abrar, A. I. P., Awwaliah, W., & Sriyanti, A. (2022). Pengembangan Modul Mata Kuliah Aljabar Linear Elementer Bernuansa Islami Berbasis Pendekatan Saintifik pada Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika. *Edukatif: Jurnal Ilmu Pendidikan*, 4(2), 1648–1656. <https://doi.org/10.31004/edukatif.v4i2.2154>
- Akbar, Y. R., & Mar'aini. (2022). Optimasi Produksi Industri Kecil dan Menengah Karya Unisi dengan Penerapan Model Linear Progamring. *Jurnal Inovasi Penelitian*, 2(8), 2883–2892.
- Aminuddin, Sudarno, & Sugito. (2013). Pemilihan Model Regresi Linier Multivariat Terbaik dengan Kriteria Mean Square Error. *Jurnal Gaussian*, 2(1), 11–18. <http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian>
- Dewi, K. E., & Rainarli, E. (2014). Penerapan metode penugasan dalam perkuliahan aljabar linier dan matriks. *Majalah Ilmiah UNIKOM*, 12(2), 187–194. <https://doi.org/10.34010/miu.v12i2.29>
- Kismanti, S. T., & Indriyani, D. (2021). Penerapan Aljabar Pada Sistem Produksi. *Jurnal Borneo Saintek*, 4(1), 37–42. https://doi.org/10.35334/borneo_saintek.v4i1.1960
- Maimuna, L. (2020). Mutu Hasil Belajar Aljabar Linear melalui Pembelajaran Daring di Palcomtech Palembang. *WACANA AKADEMIKA: Majalah Ilmiah Kependidikan*, 4(2), 130–140. <https://doi.org/10.30738/wa.v4i2.8491>
- Nurhaswinda, Yolanda, Siska Kartika Ningsih, Siti Mulyani, and Indra Saputra. “Hubungan Media Pembelajaran Dengan Materi FPB Dan KPK Pada Siswa SD.” *Cahaya Pelita: Jurnal Pendidikan Dan Kebudayaan* 1, no. 1 (2024): 11–15.
- Ratna, D., & Widyawati, A. (n.d.). *Solusi Sistem Persamaan Diferensial Linear tak Homogen dengan Metode Matriks Eksponensial*. 18–25.
- Rosmely, Nugrahani, E., H., & Sianturi, P. (2016). *Analisis Dinamik pada Model Siklus Bisnis IS-LM*. 0251.
- Wibowo, E. S. ., Yulida Yuni, & Thresye. (2013). Penyelesaian sistem persamaan diferensial linier melalui diagonalisasi matriks. *Jurnal Matematika Murni Dan Terapan “Epsilon,”* 7(2), 12–19.
- Zulaikha, D. F., & Warsono, W. (2021). Aplikasi Transformasi Laplace pada Sistem Dinamik Pendulum Terbalik dengan Redaman dan Gaya Penggerak. *JPF (Jurnal Pendidikan Fisika) Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar*, 9(1), 1. <https://doi.org/10.24252/jpf.v9i1.18659>